# 愛因斯坦的宇宙

交大物理所　　高文芳
wfgore@cc.nctu.edu.tw
Tel: 5731969
http://www.cc.nctu.edu.tw/~wfgore

摘要

放眼無垠夜空，觸目所視皆是扣人心弦的悸動。令人無法自已的萬里星空，是宇宙造物主鬼斧神工，瑰麗驚豔的傳世之作。物理學家展望寰宇真相的過程，更是令人驚心動魄，在教會燒殺擄虐地持續迫害下，寫下一篇篇讓後人可歌可泣的天文史詩，讓天文 revolution 成爲革命的典範。自從 20 年代 Hubble 將人類視野延伸至銀河系外，加上 1964 年發現 3K 背景輻射以及 60 年代成功的高能粒子理論，遂將人類的宇宙觀推向另一個高峰。

註：引用數據僅供參考。

## Einstein 的宇宙／佛說不可說

Everything is Physics! J. Schwinger

Matter Physics, Bio-Physics, Social Physics

Einstein 於 1915 發表廣義相對論(General Relativity; GR)，隨後爲了驗證 GR 的觀測實驗，一度因爲一次世界大戰喊停。在 1919 年驚天動地，利用日蝕所進行的觀測，宣稱證實光線一如 GR 所預測的會受重力場影響而彎曲，然而根據 Weinberg 的講法，那一次的實驗，不但品質粗糙，而且誤差遠大於測量值，但是欣喜若狂的世人們，當然也包括當時的大物理學家，無視證據的薄弱，一樣地崇拜 Einstein 的創世鉅作，尤有甚者，在媒體炒作之下，Einstein 的聲望，不但如日中天，其聲勢還真可謂：前無古人，後無來者。

20 世紀人類有三大創舉，除了 Godel 的 incomplete theory (1931 發表)，少有人注意到之外，一般物理學家都耳熟能詳的，就是量子力學(Quantum mehanics, QM)及 GR 了，而 GR 的重要性與影響的深遠，更遠在量子力學之上。然而，頗令人不可思議的是：GR 並沒有在大學課程的安排上，受到 QM 般必修的待遇，這其中的緣由，也是本次的主題之一。（其實，太難恐怕才是真正的原因？）

人類文明史的發展與夜觀天象這回事，密不可分。不論東方或西方的天文記載，早在文字一出現就有脈落可循。而西方的天文史，更是血淚斑斑！早期忠於觀測數據的天文物理學家，不見容於當時的天主教教廷，結果死的死、逃的逃、關的關；好在當年的物理學家，一身傲骨，毫不屈服。然而一路走來，也是艱辛

困頓，慘不忍睹。

較大的突破，始於 400 年前的伽利略，他不但確立以實驗驗證理論的劃時代作風，宣告物理學的誕生，他還有一項發明，就是望遠鏡。這項發明，幫助天文觀測以及理論更上層樓。當然，古典的重力理論隨後由 Newton 創立，在 Einstein 之前的古典天文史，也算頗有年代了。然而，你可能不知道，我們今天所認識的宇宙，是在 20 年代，才由 Hubble 的觀測，確立我們現在所熟悉的宇宙及演化模形；還有星星的演化流程與機制，也是在 60 年代，理論高能物理有了重大突破以後，才逐漸形成今天大霹釐說的樣貌。也就是說，你如果活在 30 年代，你大概會被當代大師的宇宙觀嚇一大跳！

即使在今天，天文觀測的誤差，依然很難改善，致使天文與物理之間，依然同床異夢，貌合神離。再加上和我們比較直接有影響的天象，多半用不到 GR，只要把牛頓搬出來，頂多加一點量子力學、統計力學也就可以滿足了，因此，GR 看起來也不像那麼必修了(其實，太難了恐怕才是真正的原因)。

所幸，物理一向有多樣的面貌，有些事情，你大可不用 GR，把 Newton 的東西搬出來，稍加修飾，也可說得好像那麼一回事。

**舉例來說**

由於宇宙因爲是 homogeneous and isotropic 所以可得其 metric 可化簡成

$$ds^2 \equiv g_{ab}dx^a dx^b = -dt^2 + a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2\right)$$

其中 $a(t)$ 可以看成宇宙半徑。若用 Newton 力學可得

$$T = \frac{1}{2}m\dot{a}^2 \text{ ; } U = -G\left[\frac{4\pi}{3}a^3\right]\rho m/a$$

其中 $m$ 爲一個宇宙中某 test particle 之質量，T 爲其動能，U 爲其 potential energy，$\rho$ 爲宇宙平均能量密度。如果 $\rho = \rho_c$（$\rho_c$ 爲 critical density，使得 E=$U(\rho_c) + T = 0$，意即宇宙形成 bound state 的密度)，

則可得 $$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho_c$$

其中 $H$ 爲哈伯常數(Hubble constant)，而現在 $H \cong 18 Km/s \cdot ly$，所以可知 $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \sim 5 \cdot 10^{-30}\, g/cm^3$，約爲每立方公尺有 3 個質子。事實上，上面的公式，可由 GR 直接導得，方法卻不太相同。這正說明了物理多樣性的一面！

## 宇宙演化

I think it is fair to say that no one understands the quantum theory. Feynman

20 年代，Hubble 確定宇宙正在以約爲常數的速率膨脹之中，反推回去，可知宇宙在早期，應該是非常擁擠，非常 HOT 的世界，再加上 Penzias 及 Wilson 發現宇宙 3K 背景輻射，不但是均勻的，且沒有方向性。這意謂我們的宇宙，在早期就已經在窄室內充份地達到熱平衡。但是由現今宇宙的大小，依目前膨脹速率倒推回去，我們發現早期宇宙依然太大，無法有效完成熱平衡，進而造成今天均勻、無向的宇宙背景輻射。因此 1981 年 MIT 的 Alan Guth 提出 Inflationary universe 的機制，試圖解決 big bang model 所留下的缺口。於是我們在 60 年代成功的粒子標準模型的聲援下，有了以下的宇宙(big bang ) standard model：

1. 宇宙起始於很小的奇點，然後一聲 BANG！啓動時間簡史。
2. 在 $10^{-43}$ 至 $10^{-34}$ 秒之間，宇宙進行 inflation。宇宙的半徑從 $10^{-25}$cm 膨脹到一粒米的大小，宇宙的溫度則由 $10^{19}$Gev 降到 $10^{14}$Gev。
3. 隨後粒子物理的標準模型接管，進行 S. Weinberg 宇宙前三分鐘的物理。

## 星星的一世人

物理就是把不對的說成對的！ 方法學

宇宙物理學家，結合 60 年代對四大交互作用力的成果，發展出一套以 Hot Big Bang Model 爲基礎的宇宙標準模型（standard model） 和粒子場論的 $SU_3 \times SU_2 \times U_1$ 之標準模型門當戶對地拉起裙帶關係。當宇宙在造物紀產生的 H 氣塵在重力的主導下，形成一團團現今宇宙星系的初胚。而胚胎內裡的細部結構，則爲現今恆星系的寄生種子。

以太陽爲例，啓始時，一團 H 氣受重力吸引，全往質量中心內縮，使核心溫度急遽升高，一旦溫度高達 1 千萬度 K 時，便足於催化核融合（fusion）反 應，使四個 H 結合成 He 核，並放出大量的可見光，迫使恆星大放異彩。而且，釋出的能量可以平衡重力，使得系統穩定存在，遂在美麗底夜空裡，增加一份生命的喜悅。 A star is born!

一般而言，星球總質量越大，生命期越短，而我們的太陽ㄅㄟㄅㄟ從誕生到 H 氣燃盡的整個生命週期約爲 100 億年。目前太陽ㄅㄟㄅㄟ的年歲已近 50 億年，正值一個人的壯年期。（別搞錯哦，年已半百，並非進入老年期，以人爲例，年壽平均 70 左右，其半爲 35，而 35 正是一個人的壯年期！）

## 上天堂、下地獄：星星人類的六道輪迴

當一顆恆星的 H 氣燃燒殆盡，核融合所提供的張力不足以抵銷重力場致命的吸引力，蜜月期宣告結束！於是星球繼續其內陷的不歸路。由於溫度急遽上昇，外圍 H 氣在激烈的燃燒下，迅速的向外擴張，甚而吞噬地球軌道。由於擴張使表面溫度下降呈紅巨星狀，是爲紅巨星。其內部 He 核則因重力內陷、溫度上昇，而可以進行更重原子的核融合反 應，當內部 C 核形成的同時，星球（太陽）外殼成分會被甩出去形成類似 ring nebula的氣體殼層。我們的太陽ㄅㄟㄅㄟ到了這個田地，便會褪去光環，洗盡鉛華，在宇宙的角落，以白矮星之名，自盼自憐，逐漸爲世人所淡忘，最後形成黯淡的黑矮星。（Sirius 之雙星系伴星即爲一白矮星）

內縮停止的原因是電子的簡併力。但是如果星球的質量更大，便可以把核融合的反應，進行到最穩定的 Fe，Co，Ni 元素。如果星球核心質量小於太陽的 1.5 倍，電子簡併力便足於叫停核反應，使星球步上白矮星的後塵。反之重力會壓垮電子的叫陣，使核心繼續其萬劫不復的旅途。此時由於溫度持續上昇（像 inferno），核心元素便會逐步分裂還原成中子核。因爲過程非常暴力，約佔星球質量 7/8 的外圍氣塵會在大爆炸的推擠下，迅速向外擴散。由於其直徑約 10 光年，且在晦暗的星空形成一團明亮的光團，古人不明其因，稱之爲 Super nova（超新星。Nova 在拉丁文爲"新"之意）。中國在宋仁宗時稱之爲客星（不速之客）。實則爲一顆巨大的星球，向世人昭告他的死訊，美麗的光環也正是閻王爺設下的鴻門宴。

## 浴火鳳凰與 Pulsar（中子星）

然而，宇宙生命的千變萬化，就像六道輪迴，令人目不暇給。就當客星廣發訃聞之時，殘存的氣塵在重力主導下，浴火重生，重複一個星球的生命旅途。我們的太陽系就是一個活生生的 n-代星。（Why？）

另一方面，核心的中子核形成中子星，帶著保留的角動量，以固定而快速的週期快速自轉，並在南北兩極投射強力的電波。1967 年劍橋大學 Anthony Hewish（1974 Nobel Prize Winner）指導的研究生 Jocelyn Bell（Burnell）小姐（太太），意外的發現週期 1/30 秒的 Crab Pulsar（蔡氏星雲）在向他招手，起初被誤以爲是外星人的電視節目而被命名爲 LGM（little green man）（Gosh!如果外星人收看到我們充滿色情暴力的電視節目，不知道會…想。）

如果中子星質量小於 3 個太陽，則中子的簡併力（Pauli Exclusion Force）便足以制控重力的壓擠，使中子星穩定地存在。反之，重力會主控一切，中子核心便會跨過「地平線」，永劫不復，形成黑洞。

表 I：太陽若形成。。。其半徑將爲

| | |
|---|---|
| 白矮星 | 地球大小 |
| 中子星 | 約六公里 |
| 黑　洞 | 約三公里 |

**黑洞與蟲洞**

John Michell 在 1783 年，（數年後 Marquis de Laplace 亦復是）就認爲天體之中，有可能形成黑洞，簡單的牛頓力學告訴我們，如果一質量 m 物質，初速 $V_0$，要脫離質量 M 的物質，則總能量

$$E = \frac{1}{2} m V_o^2 - \frac{GMm}{r_o} \geq 0$$

$r_0$ 爲啓始距離。 然而 $V^2 \leq c^2$，則可知

$$c^2 \geq \frac{2MG}{r_o}$$

也就是說，當 M 大到一個程度 $\left( M > \frac{r_o c^2}{2G} \right)$ 則任何物質都跑不掉了，從另一個角度看，則是固定 M，則你一旦靠得太近，即

$$r_o < \frac{2MG}{c^2} \equiv r_H$$

天王老子也只好乖乖地停留在 $r_H$ 的半徑內，這樣一個由半徑 $r_H$ 的球面所形成的邊界，我們叫作事件地平面 (event horizon)。

以上的導法當然不對，但是結果卻意外地和 Einstein 的 GR 導出來的結果吻合！(?)因此，你一但靠黑洞太近，就會一去不返。實際上，一個人穿越地平面，一瞬間就被潮汐力扯成一團能量，在 $10^{-44}$sec 那個 order 的瞬間就直往黑洞中心點一頭撞去。但是在外面的張三，卻會認爲你停留在地面，死不肯進去，大罵你五十步笑百步！如果黑洞的組成物質特異，或者經由我們尚無法理解的機制，你就有可能經由蟲洞之類的隧道，早早地（time machine?）站在張三後頭，等他罵你時，再敲他腦袋，同時你也可以站在黑洞外頭，一起觀看滯留在事件地平面的”你”。

黑洞到底存不存在，到目前尚未有定論，但是目前我們所知道的黑洞，只有三個物理量即 M 質量，Q 電荷及 J 角動量可以在外面測量得到。也就是說，張艾嘉和王祖賢，跳著芭蕾舞，轉進黑洞前，突然被電到，事後，你看到的就是 30 公斤，一兩庫侖的電荷，再加上 30 公斤公分 $sec^{-2}$ 的角動量，再也不是你崇拜有加的大明星。這個現象，我們叫無毛定理(No hair theorem)，不過，目前好像應該

叫三毛定理比較貼切。形成黑洞的機制，目前已知有 2 類，一個是星星演化的終點，另一個是宇宙太初之始，重力場起伏劇烈，有可能將各種質量組成的一團物質壓進地平面，進而形成黑洞。所以星星演化而成的黑洞，質量必在 3 個太陽質量之上(未必？)，而太初黑洞卻有可能很輕。

形成黑洞之後，我們目前知道他可能會經由 Hawking radiation 像黑體輻射一樣，慢慢地把裡頭的東西放出來，不但如此，黑洞的事件地平面總面積，還有類似熱力學裡 entropy 的物理性質。而且物理學家還找出黑洞的"熱力學"三大定律！其真正的成因，目前還是一個不可知的謎。Dyson 認爲，21 世紀的 Einstein 會解開這個謎，並引領 21 世紀物理的大革命。

## 人本原理與完美的宇宙

當我們試圖探索宇宙以及自然(nature)的演化與成因，最後總會面臨一些基本定義的困擾，或者當江郎才盡之時，難免會把無法理解的事情，歸諸人本原理。所謂人本原理，意指物理世界就是湊巧如此，要不然就不會有原子存在，也不會形成 DNA，更不會形成生命，更加不會有人，扛著扛不動的腦袋，在這裡庸人自擾地問爲何會有 big bang，爲何會有粒子物理的標準模型，爲何….一堆問不完的爲什麼。

事實上，人類扛著一個大頭，生存在一個有空氣、有水、有保護傘的美麗水的星球，這期間有太多的巧合，才能讓很多人燈紅酒綠地樂不思蜀。光看保護傘：地磁、太陽磁場、厚厚的大氣層、比例相當的 $O_2$-$CO_2$ 組合、復仇女神（Nemesis）的週期性流星大滅絕、與太陽溫馨的距離、地球的自轉　打 N 有夠驚人的，更不用再問電子爲何帶這樣的電荷，這樣的質量，爲何是庫侖力，爲何是平方反比的作用力……. 這之間的每一個環節，稍有出入，就不會有這些大頭在這裡搖頭幌腦，不明所以了。但是，人本原理當然解決不了問題，可是……

Star Trek裡曾有一段，描述他們電腦遊戲裡的虛擬人物，試圖逃出電腦程式。最後發現原來整個大逃亡仍然是在遊戲間裏進行。船長 Jean Luc Picard 最後感慨說：誰知道我們「真實」 的世界，會不會只是別人電腦裡的一段劇情呢？

我們觀察到的世界，是如此曼妙多姿，賞心悅目。當你們用功的去瞭解他，竟然發現這個五顏六色、七情六慾的大千世界竟然可以用幾條簡單的方程式來描繪，而其精確度竟然高達小數點以下 11 到 12 位。個人覺得，最值得探討的,倒不是如何用簡單的數學去描述這個複雜的世界，反而是：世界真的這麼完美嗎？可能 嗎？還是上帝有不可告人的天機！

星曆 1998.718 年，黑洞號船長 von Home Gore 于交大黑洞營。
不要靠黑洞太近，因爲持平來說，沒有人真正瞭解黑洞理論；主舵手 Fineman

表 II：宇宙演化年表(僅供參考)

| t | $10^{-43}$ | $10^{-34}$ | $10^{-10}$ | $10^{-5}$ | 1 | $10^{12}$ | $10^{6}$ | $10^{9}$ | $10^{10}$ly |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A(t) | $10^{-25}$ | 10 | $10^{13}$ | $10^{16}$ | $10^{19}$ | $10^{24}$ | $10^{25}$ | $10^{27}$ | $10^{27}$cm |
| T | $10^{32}$ | $10^{27}$ | $10^{16}$ | $10^{13}$ | $10^{10}$ | $10^{5}$ | $10^{4}$ | 10 | 3 $^{0}$K |
| 事件 | Inflation starts | Inflation ends GUT | 電弱 | 造物紀 | Quark-Hadron | Matter Dominant | 原子、透明 | Galaxy | Now |

表 III：常數表

1GeV=1.6022× $10^{-3}$ erg

=1.1605× $10^{13}$K

=1.7827× $10^{-24}$ g

1GeV$^{-1}$=1.9733× $10^{-14}$cm

=6.5822× $10^{-25}$sec

1GeV$^{2}$=2.4341× $10^{21}$ erg sec$^{-1}$

1AU=1.4960× $10^{13}$cm=7.5812× $10^{26}$ GeV$^{-1}$

1pc=3.2165 ly=3.0856× $10^{18}$ cm

$$m_{p\ell} = \sqrt{\hbar c^5 / G} = 1.2211 \times 10^{19}\ GeV$$

$$= \sqrt{\hbar c / G} = 2.1768 \times 10^{-5}\ g$$

$$t_{p\ell} = \sqrt{\hbar G / c^5} = 5.3904 \times 10^{-44}\ \text{sec}$$

$$\ell_{p\ell} = \sqrt{\hbar G / c^3} = 1.6160 \times 10^{-33}\ cm$$

$$\ell_{now} \cong 2.50 \times 10^{10}\ ly \cong 2.40 \times 10^{28}\ cm$$

$$H_o \cong 2.1332 \times 10^{-42}\ GeV \times h; \quad (0.4 \le h \le 1)$$

$$\cong 100\ Km\sec^{-1}\ M_{p\ell}^{-1}$$

$$h = 6.6261 \times 10^{-27}\ cm^2 g \sec^{-}$$

$k_B$=1.2807 × $10^{-14}$ erg K$^{-1}$

$$H_o^{-1} = 3.0856 \times 10^{17}\ \text{sec}$$